Introduction

C'est en partie pour modéliser le fonctionnement de la lunette de Galilée[i] (1609) et du télescope de Newton[ii] (1672) que les lois de Snell[iii] et Descartes[iv] ont été établies au XVII^{e}siècle. À partir de cette époque ont été développés de nombreux instruments d'optique fondés sur un même principe : ils utilisent les phénomènes de réfraction et/ou de réflexion pour permettre, par exemple à un observateur humain, l'observation d'une image d'un objet différente de ce qu'elle serait à l'œil nu. Dans ce chapitre, nous allons préciser ces notions d'image et d'objet et étudier à quelles conditions l'instrument d'optique peut produire une image suffisamment nette. C'est ce qu'on nomme le **stigmatisme**.

I Propriétés recherchées

I.1 Principe

Considérons un appareil photographique. Pour produire une image d'une scène, il doit impressionner la pellicule (pour un appareil argentique) ou le capteur CCD[v] (pour un appareil numérique) à l'aide des rayons lumineux traversant son **objectif**. À cet effet, il change la trajectoire des rayons lumineux issus d'un point de l'objet photographié pour les diriger sur la pellicule.
Schéma de l'appareil photo

I.2 Source lumineuse

[i] Galileo Galilei, physicien italien (1564-1642).
[ii] Sir I. Newton, physicien anglais (1643-1727).
[iii] W. Snellius, physicien néerlandais (1580-1626).
[iv] R. Descartes, physicien français (1596-1650).
[v] Charge-Coupled Device.

Définition : Source lumineuse
Une **source lumineuse** est un objet physique d'où provient de la lumière.

On distingue :

- les **sources primaires** (les lampes) qui émettent de la lumière en l'absence de toute source extérieure,
- les **sources secondaires** qui réfléchissent, diffusent ou transmettent la lumière reçue d'une source primaire.

Schéma de sources primaires/secondaires

- les objets lumineux étudiés seront produits indifféremment par des sources primaires ou secondaires,
- une source (primaire ou secondaire) pourra elle-même être un objet lumineux

I.3 Images, réelles et virtuelles

Définition : dioptrique, catadioptrique
Un dispositif optique est un ensemble de dioptres et miroirs. Il est dit :

dioptrique s'il n'est composé que de dioptres,

catadioptriques s'il comporte au moins un miroir.

Remarques :
Si tous les miroirs et dioptres sont alignés selon un même axe (c'est en particulier le cas des **systèmes centrés** définis plus loin) :

- le sens de propagation des rayons est inchangé par un système dioptrique, ou un système catadioptrique comportant un nombre pair de miroirs,
- il est inversé à l'issue de la traversée d'un système catadioptrique comportant un nombre impair de miroirs.

Schéma de systèmes dioptriques et catadioptriques

À un point de l'objet doit correspondre un unique point de la pellicule pour que l'image formée soit nette. Dans le cas d'un objet ponctuel (constitué d'un seul point), on définit :

Définition : Image et objet ponctuels

Soit $\mathscr{S}$ un dispositif optique et A un point nommé **objet ponctuel**.
Un point A' est dit **image ponctuelle de** A **par** $\mathscr{S}$ si les rayons lumineux provenant de (ou se dirigeant vers) A et atteignant $\mathscr{S}$ en émergent en se dirigeant vers (ou en provenant de) A'.
L'objet ponctuel A est :

réel si les rayons incidents atteignent $\mathscr{S}$ en **provenant de** A. On dit alors que le point A se trouve dans **l'espace objet réel**.

virtuel si les rayons incidents atteignent $\mathscr{S}$ en **se dirigeant vers** A. On dit alors que le point A se trouve dans **l'espace objet virtuel** de $\mathscr{S}$.

L'image ponctuelle A' est :

réelle si les rayons émergent de $\mathscr{S}$ en **se dirigeant vers** A'. On dit alors que le point A' se trouve dans **l'espace image réelle** de $\mathscr{S}$.

virtuelle si les rayons émergent de $\mathscr{S}$ en **provenant de** A'. On dit alors que le point A' se trouve dans **l'espace image virtuelle** de $\mathscr{S}$.

Un **objet étendu** est un ensemble d'objets ponctuels : le dispositif en forme une **image étendue**.

Exemple

Schéma de espaces objets/images/réels/virtuels

Schéma de objets/images réels/virtuels

Remarques :

- Un objet pour $\mathscr{S}$ est le point de convergence, atteint ou non, de rayons incidents sur $\mathscr{S}$.
- Seule une image réelle peut être projetée sur un écran ou impressionner une pellicule puisque ce sont les rayons lumineux qui véhiculent l'énergie nécessaire.
- D'après le principe du retour inverse, les propriétés ci-dessus sont réflexives : A' image de A par $\mathscr{S}$ implique que A est l'image de A' par $\mathscr{S}$.
- Les seuls objets étendus considérés dans le cours seront plans : ils ne s'étendront pas dans un volume.

Exemple

- Un appareil photographique ou un œil forme (sur la pellicule ou sur la puce CCD ou sur la régine) une image **réelle** de l'objet **réel** photographié ou observé.
- Un verre correcteur observe également un objet **réel** mais en forme une image **virtuelle** puisque elle est perçue par l'observateur comme située en amont du verre. En revanche, cette même image constitue un objet **réel** pour l'œil.

Schéma de appareil photo, verre correcteur et œil

Remarques :

- Un objet ponctuel ou une image ponctuelle n'a pas forcément d'existence matérielle : il ou elle est uniquement défini de manière géométrique comme l'intersection des rayons d'un faisceau. Ainsi, un objet ponctuel est l'intersection des rayons incidents sur le système optique $\mathscr{S}$, et une image ponctuelle est l'intersection des rayons émergents de $\mathscr{S}$.
- Les notions d'**objet** et d'**image** optiques sont des notions purement géométriques, dépendant en particulier du sens de propagation de la lumière et du système optique considérés. L'image formée par un verre correcteur sera l'objet observé par l'œil de l'observateur. En effet, si les rayons lumineux traversent successivement plusieurs systèmes optique, ce qui constitue l'image pour un système $\mathscr{S}_1$ sera l'objet pour un système $\mathscr{S}_2$ situé en aval de $\mathscr{S}_1$. En effet, le faisceau émergent de $\mathscr{S}_1$ sera le faisceau incident sur $\mathscr{S}_2$.

Schéma de écran = objet/image

I.4 Stigmatisme

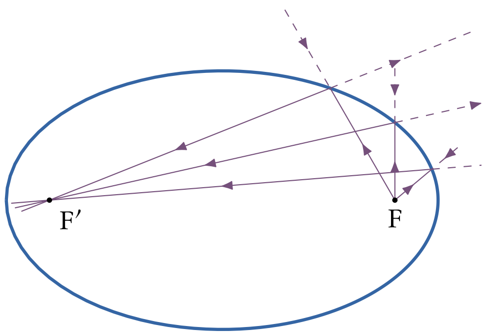
I.4.a Exact/rigoureux

Définition : Stigmatisme exact/rigoureux
Un système optique $\mathscr{S}$ est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux passant (réellement ou virtuellement) par A (resp. par A') et atteignant $\mathscr{S}$ en émerge en passant (réellement ou virtuellement) par A' (resp. A). A et A' sont **images l'un de l'autre par** $\mathscr{S}$, ils sont dits **conjugués** par $\mathscr{S}$.

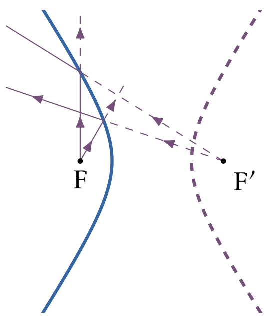
Réfraction. Le stigmatisme exact est réalisé à l'aide d'une sphère d'un matériau (un verre par exemple) plongée dans un milieu d'indice différent (l'air par exemple).

Réflexion. Les miroirs réalisant ce stigmatisme sont des coniques de révolution.

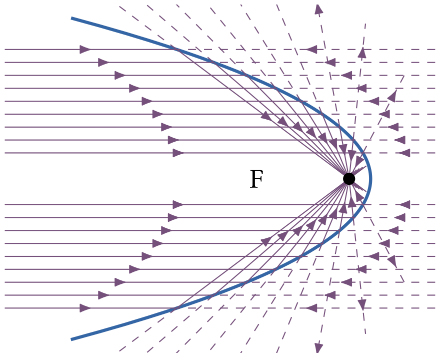
Ces constructions ne sont pas au programme. On les donne cependant à titre d'illustration :



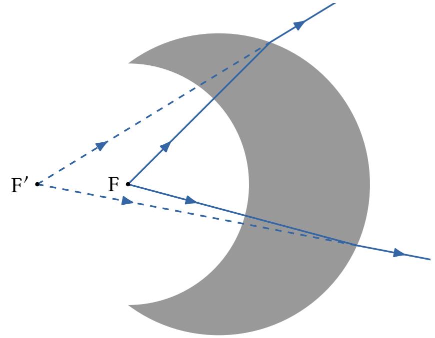
Ellipsoïde de révolution



Hyperboloïde de révolution



Paraboloïde de révolution



Lentille sphérique[a]

[a] Comme F se situe **à l'intérieur** de la sphère, on doit creuser une sphère centrée sur F dans le verre pour pouvoir y placer physiquement un objet.

Sur l'exemple du paraboloïde, l'objet ou l'image est dit « à l'infini ».

Définition : Faisceau collimaté
Un faisceau de rayons parallèles entre eux est dit **collimaté**.

On peut considérer que :

- un faisceau collimaté incident est issu d'un objet situé à l'infini,
- un faisceau collimaté émergent produit une image située à l'infini,
- un point à l'infini est caractérisé par l'angle sous lequel il est vu, *ie* l'angle du faisceau collimaté,
- un astre à l'infini est caractérisé par son **diamètre angulaire**, ou **taille apparente**.

Exemple
- pour le Soleil, à la distance $1{,}5\cdot10^{11}$ m et de diamètre $1{,}4\cdot10^{9}$ m, on calcule un diamètre angulaire $2\alpha = 9{,}3\cdot10^{-3}$ rad $= 0{,}535° = 32'$,
- pour la Lune, à la distance $4\cdot10^{8}$ m, de diamètre $3{,}5\cdot10^{6}$ m, on calcule $2\alpha = 0{,}50° = 30'$, pratiquement égal.

I.4.b Approché

Comme on l'a vu dans les exemples précédents, le stigmatisme exact n'est le plus souvent réalisé que pour une seule paire de points, ce qui n'est pas suffisant pour réaliser une image d'un objet étendu. On ne demandera donc à l'instrument optique de ne réaliser qu'un **stigmatisme approché**.

Définition : Stigmatisme approché
Un système optique $\mathscr{S}$ réalise un **stigmatisme approché** pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux passant (réellement ou virtuellement) par A et atteignant $\mathscr{S}$ en émerge en passant (réellement ou virtuellement) **au voisinage de** A'

Le terme **voisinage** reste à définir quantitativement suivant le système optique. Il dépendra par exemple de l'« écran » utilisé :

œil Il suffit que les rayons issus de A passent sur la même cellule rétinienne, d'aire $\simeq (5\,\mu\text{m})^2$.

CCD C'est ici l'aire d'un pixel, de l'ordre de $100\,\mu\text{m}^2$, qui intervient.

I.5 Illustration

I.5.a Stigmatisme exact : miroir plan

Théorème : Stigmatisme exact du miroir plan
Un miroir plan $\mathscr{P}$ réalise, pour tout point A, le stigmatisme exact entre A et son symétrique par rapport à $\mathscr{P}$, noté A'.
L'image A' est virtuelle (resp. réelle) si A est réel (resp. virtuel).
Les espaces objet et image réels (resp. virtuels) sont **confondus,** du côté réfléchissant (resp. non réfléchissant) du miroir.

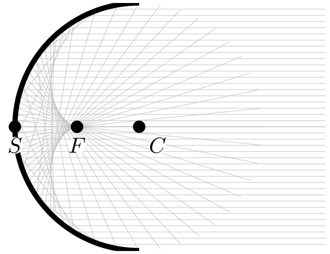
Démonstration
Schéma de Stigmatisme miroir plan

Il s'agit d'un résultat fondamental, à connaître absolument. Il est de plus remarquable que tout point de l'espace ait une image rigoureuse par un miroir plan.

I.5.b Stigmatisme approché : casserole cylindrique

On peut observer le stigmatisme approché sur un objet familier comme une casserole métallique, qu'on modélisera comme un miroir cylindrique. On visualise les rayons lumineux en la remplissant partiellement de lait qui diffuse bien la lumière. On éclaire la paroi intérieure de cette casserole par une lampe située suffisamment loin pour que les rayons qui en proviennent et qui atteignent la casserole soient quasiment parallèles entre eux : on dit qu'ils forment un faisceau **collimaté**.

Casserole métallique remplie partiellement de lait.



Tracé des rayons réfléchis d'un faisceau collimaté tombant sur un demi-cercle de centre C et de rayon R.

On observe une « accumulation » de lumière au milieu F du segment $[SC]$, due à l'intersection au voisinage de ce point d'un grand nombre de rayons, les plus proches de l'axe (SC).

Cet « instrument » réalise le stigmatisme approché entre « l'infini », d'où provient le faisceau collimaté et le point F, milieu de $[SC]$ pour des rayons proches de l'axe SC.

II Systèmes centrés dans l'approximation de Gauss [vi]

II.1 Systèmes centrés

Définition : Système centré
Un système optique est dit **centré** si les éléments (miroirs, dioptres) qui le composent présentent la symétrie de révolution autour d'un axe Δ, nommé **axe optique**.

On utilisera par la suite toujours des systèmes centrés[vii] car on cherche à former des images ressemblantes d'objets plans : en particulier l'image d'un cercle doit être un cercle. Cette propriété est réalisée par un système centré puisque sa symétrie de révolution assure qu'il agit de la même manière en tous les points d'un même cercle centré sur l'axe optique et orthogonal à ce dernier.
Dans les schémas, on représentera cet axe optique, orienté selon le sens de parcours des rayons lumineux incidents. On pourra ainsi repérer **algébriquement** les positions le long de l'axe optique.

Rappel : mesure algébrique.
Soit un axe Δ, orienté par vecteur unitaire $\vec{e}$. Pour tous points A et B de l'axe Δ, on définit la **mesure algébrique** $\overline{AB}$ par $\overrightarrow{AB} = \overline{AB}\,\vec{e}$.

La valeur absolue de la mesure algébrique $\overline{AB}$ est donc la distance AB. Elle est de plus positive (resp. négative) si le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est dans le même sens que (resp. de sens contraire à) le vecteur unitaire $\vec{e}$ orientant l'axe. *Schéma de axe orienté*

II.2 Aplanétisme

Définition : Système centré aplanétique
Soit $\mathscr{S}$ un système optique centré d'axe optique Δ. Ce système est dit **aplanétique** si les images des points d'un plan $\mathscr{P}$ perpendiculaire à Δ sont coplanaires dans un plan $\mathscr{P}'$ perpendiculaire à Δ. Les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont dits **conjugués**.

Schéma de système centré aplanétique

Un tel système permettra de réaliser une image plane d'un objet plan orthogonal à l'axe optique. En revanche un plan en amont ou en aval de $\mathscr{P}$ formera une « image » **floue** sur $\mathscr{P}'$. On nomme **profondeur de champ** l'intervalle sur l'axe optique où peuvent être placés des objets dont l'image sera nette : elle est ici nulle dans le cas idéal.

II.3 Conditions de Gauss

Définition : Conditions de Gauss
Un système optique centré $\mathscr{S}$ est utilisé dans les **conditions de Gauss** s'il n'est traversé que par des rayons proches de l'axe et peu inclinés sur l'axe. De tels rayons sont dits **paraxiaux**.

C'était le cas des rayons s'intersectant au voisinage de F dans l'exemple de la casserole.
Géométriquement, ces rayons doivent vérifier :

- angle $\alpha \ll 1$ *Schéma de $\alpha \ll 1$*
- distances d orthogonalement à l'axe $\ll$ rayon de courbure R des dioptres. *Schéma de $d \ll R$*

[vi] C. F., physicien allemand (1777-1855).
[vii] On utilise des systèmes non centrés comme des **lentilles plano-cylindriques** quand on cherche à déformer l'objet selon une direction pour réaliser une **anamorphose**. Ce dispositif est par exemple utilisé pour la prise de vue et la projection cinématographique en Cinémascope.

Remarques : Pour rester dans les conditions de Gauss, on pourra limiter le faisceau incident sur un système optique à l'aide d'un (ou plusieurs) diaphragme pour n'admettre que les seuls rayons paraxiaux.

Schéma de diaphragme

II.4 Propriétés générales

On **admet** que les systèmes **centrés** qu'on étudiera (miroirs plans et sphériques, lentilles) possèdent, **dans les conditions de Gauss**, les propriétés suivantes :

Stigmatisme et aplanétisme approchés

- Tout point A sur l'axe optique Δ, admet une image A' elle aussi située sur Δ.
- Le plan $\mathscr{P}_A$ orthogonal à Δ en A a pour image le plan $\mathscr{P}'_{A'}$ orthogonal à Δ en A'.

Grandissement transversal

Soient A un point de l'axe optique Δ et $\mathscr{P}_A$ le plan perpendiculaire à Δ en A. On note A' l'image de A par $\mathscr{S}$ et $\mathscr{P}'_{A'}$ le plan image de $\mathscr{P}_A$ par $\mathscr{S}$.
On considère un plan $\mathscr{P}_i$ contenant l'axe optique Δ dont on oriente un axe perpendiculaire à Δ. Pour tout $B \in \mathscr{P}_i \cap \mathscr{P}_A$ (hors de l'axe Δ), on désigne par $\overline{AB}$ la **mesure algébrique** de $\overrightarrow{AB}$. On montre alors que :

- l'image B' de B est dans $\mathscr{P}_i \cap \mathscr{P}_{A'}$,
- il existe un réel γ_t^A, indépendant de B tel que $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma_t^A$.

On dit alors qu'il y a :

agrandissement si $|\gamma_t^A| > 1$,

réduction si $|\gamma_t^A| < 1$,

renversement si $\gamma_t^A < 0$.

Schéma de grandissements transversal et angulaire

Remarques :

- L'existence du grandissement transversal assure que les proportions de l'image d'un objet plan seront conservées dans son image.
- Il existe également un grandissement angulaire, défini par $\frac{u'}{u} = \gamma_\alpha^A$, qui n'est pas au programme cette année.
- L'exposant ^{A} dans les définitions et théorèmes souligne que le grandissement dépend du plan $\mathscr{P}_A$ considéré, donc du point A. On l'omettra par la suite pour alléger les notations.

- Le fait que $B' \in \mathscr{P}_i$ est une conséquence de la première loi de Snell et Descartes. Elle assure que les rayons issus de B et contenus dans $\mathscr{P}_i$ vont y rester. Leur intersection, en B' sera donc elle aussi dans $\mathscr{P}_i$.

Indispensable

- les schémas des images réelles virtuelles,
- les définitions des propriétés des systèmes centrés,
- le miroir plan,
- le schéma définissant le grandissement transversal.

Les animations disponibles sur le site de Geneviève Tulloue[viii] permettent de se familiariser avec les notions de ce chapitre.

[viii] http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/index.php